

Propuesta de la utilidad de la primera y la segunda derivada para la medición de la duración del tiempo durante el sueño REM

Proposal for the usefulness of the first and second derivatives for measuring the duration of time during REM sleep

Emilio Arch-Tirado^{1*}, Miguel Á. Collado-Corona¹, Ana L. Lino-González²
y Óscar Sánchez-Escandón¹

¹Centro Neurológico, Centro Médico ABC, Sede Santa Fe; ²Área de Neurociencias Clínica, Instituto Nacional de Rehabilitación Luis Guillermo Ibarra Ibarra, Secretaría de Salud. Ciudad de México, México

Resumen

El objetivo del presente trabajo es demostrar la utilidad del criterio de la primera y segunda derivada (velocidad instantánea y aceleración instantánea) como modelo matemático para medir el tiempo del sueño REM, partiendo de la diferencia experimentada durante la fase del sueño y el tiempo real. Los resultados muestran que al aplicar el cálculo diferencial se obtienen valores diferentes con base en la velocidad, velocidad instantánea y aceleración instantánea, comportamiento similar al experimentado en el sueño.

Palabras clave: Sueño REM. Sueño paradójico. Cálculo diferencial. Velocidad instantánea. Aceleración instantánea.

Abstract

This study aims to demonstrate the applicability of first and second derivative criteria (namely, instantaneous velocity and instantaneous acceleration) as a mathematical model for estimating REM sleep duration. The model is based on the discrepancy observed between perceived time during the REM phase and actual elapsed time. The findings indicate that the application of differential calculus yields varying results depending on the rate of change (velocity), instantaneous rate of change (instantaneous velocity), and the rate of change of the rate of change (instantaneous acceleration), reflecting patterns analogous to those observed during REM sleep.

Keywords: REM sleep. Paradoxical sleep. Differential calculus. Instantaneous velocity. Instantaneous acceleration.

*Correspondencia:

Emilio Arch-Tirado
E-mail: arch.tirado@gmail.com

Fecha de recepción: 01-10-2025
Fecha de aceptación: 15-11-2025
DOI: 10.24875/AMH.M25000136

Disponible en internet: 24-03-2026
An Med ABC. 2026;71(1):62-64
www.analesmedicosabc.com

0185-3252 / © 2025 Asociación Médica del Centro Médico ABC. Publicado por Permayer. Este es un artículo open access bajo la licencia CC BY-NC-ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

Introducción

Arch-Tirado et al. (2025) mencionan que existen dos realidades durante la fase de sueño REM con base en el tiempo. Por un lado, el tiempo experimentado durante el sueño REM, que se caracteriza por durar unos segundos y se percibe en un tiempo más prolongado, y por otro, el tiempo real, esto es, cuando transcurren pocos segundos reales durante un sueño determinado y se experimenta que pasan minutos¹.

El objetivo del presente trabajo es proponer un modelo matemático que sirva para medir estas dos realidades temporales simultáneamente.

Fundamento matemático

La velocidad se define como un cambio de posición con respecto al tiempo $v = \frac{d}{t}$ ². Su fórmula permite determinar la velocidad, el tiempo o la distancia recorrida al conocer la ubicación inicial y final de dos puntos en una línea de tiempo. Al utilizar los criterios de la primera y segunda derivada, se puede determinar la velocidad instantánea y la aceleración instantánea, a partir de una ecuación relacionada con el movimiento en función del tiempo.

Al convertir la fórmula de la velocidad en una función del tiempo tenemos:

$$f(t) = \frac{d}{t}$$

Cálculo de la primera derivada

$f'(t) = \frac{t(\delta d) - d(\delta t)}{t^2} = \frac{-d}{t^2}$, en donde la distancia (d) es una constante y el tiempo (t) es la variable de la función, de esta manera la derivada de una constante es cero ($\delta d = 0$) y la derivada del tiempo ($\delta t = 1$), por lo que $f'(t) = \frac{-d}{t^2}$.

Cálculo de la segunda derivada

$f''(t) = \frac{t^2(\delta - d) - (-d(\delta t^2))}{(t^2)^2} = \frac{2dt}{t^4} = \frac{2d}{t^3}$, en donde la derivada de $t^2 = 2t$, de esta manera obtenemos la segunda derivada $f''(t) = \frac{2d}{t^3}$ a partir de la primera derivada (velocidad instantánea) y la segunda derivada (aceleración instantánea)³.

Sustitución de valores

Sabemos que la estática es relativa, ya que mientras un cuerpo está en reposo en la tierra, realmente es sometido al movimiento de rotación y de traslación de la tierra, distancias constantes con base en un tiempo determinado (velocidad constante): la velocidad de rotación de la tierra es de 464 m/s, la cual tomaremos como valor basal en este modelo (Tabla 1).

En la tabla 1 se observa que la velocidad permanece constante durante la rotación de la tierra, sin embargo, al sustituir los valores en la primera derivada (velocidad instantánea) y en la segunda derivada (aceleración

Tabla 1. Comparación entre velocidad constante, velocidad instantánea y aceleración instantánea

Tiempo transcurrido	$f(t) = \frac{d}{t}$ Velocidad constante	$f'(t) = \frac{-d}{t^2}$ Velocidad instantánea	$f''(t) = \frac{2d}{t^3}$ Aceleración instantánea
1 segundo	$\frac{464}{1} = 464 \frac{m}{s}$	$\frac{-464}{1} = -464 \frac{m}{s^2}$	$\frac{928}{1} = 928 \frac{m}{s^3}$
2 segundos	$\frac{928}{2} = 464 \frac{m}{s}$	$\frac{-928}{4} = -232 \frac{m}{s^2}$	$\frac{1856}{8} = 232 \frac{m}{s^3}$
3 segundos	$\frac{1392}{3} = 464 \frac{m}{s}$	$\frac{-1392}{9} = -164.66 \frac{m}{s^2}$	$\frac{2784}{27} = 103.11 \frac{m}{s^3}$
4 segundos	$\frac{1856}{4} = 464 \frac{m}{s}$	$\frac{-1856}{16} = -116 \frac{m}{s^2}$	$\frac{3712}{64} = 58 \frac{m}{s^3}$
5 segundos	$\frac{2320}{5} = 464 \frac{m}{s}$	$\frac{-2320}{25} = -92.8 \frac{m}{s^2}$	$\frac{4640}{125} = 37.12 \frac{m}{s^3}$

instantánea) se advierte una disminución con respecto al valor basal. Cabe mencionar que en el cálculo diferencial se analiza una función cuando esta es cada vez más pequeña, esto es, cuando tiende a cero la función en cuestión. En el sueño, las experiencias vividas son en fracción de segundos con respecto al tiempo real, es decir, también tienden a valores muy pequeños, de ahí la elongación del tiempo durante el sueño.

Es importante destacar que en las funciones en donde se mide la velocidad, si el signo permanece constante significa que el movimiento es acelerado, pero si existe un cambio de signo como el observado entre la velocidad instantánea y la aceleración, significa que hay un movimiento de retardo⁴ como el que ocurre durante el sueño.

Conclusiones

Con base en los resultados presentados en la tabla 1, es factible observar como la velocidad permanece constante a diferencia de los valores obtenidos en la primera y segunda derivada, en donde es posible advertir que la velocidad sufre una desaceleración.

Cuando los intervalos de tiempo van siendo cada vez más pequeños, la velocidad analizada es menor con respecto a la velocidad de referencia, por lo que esta herramienta puede ser de utilidad para estudiar el sueño, ya que la velocidad calculada en las diferenciales es menor, lo que en teoría implica más tiempo recorrido en un intervalo de tiempo exactamente igual, tal y como acontece en el sueño REM.

Debemos generar la función del sueño con base en el tiempo y a partir de ahí analizarlo con los criterios de la primera y segunda derivada.

Los resultados muestran la factibilidad de utilizar el cálculo diferencial para medir el tiempo transcurrido en el sueño paradójico, tras establecer la función del tiempo del sueño en fase REM, ya que al disminuir la velocidad instantánea y la aceleración con base en la velocidad de desplazamiento real, la

experiencia del tiempo vivido es mayor. En este trabajo queda demostrada matemáticamente esta diferencia.

Financiamiento

Los autores declaran no haber recibido financiamiento para este estudio.

Conflicto de intereses

E. Arch-Tirado y M.Á. Collado-Corona forman parte del comité editorial de *Anales Médicos*. Los demás autores declaran no tener conflicto de intereses.

Consideraciones éticas

Protección de personas y animales. Los autores declaran que para esta investigación no se han realizado experimentos en seres humanos ni en animales.

Confidencialidad, consentimiento informado y aprobación ética. El estudio no involucra datos personales, historias clínicas ni muestras biológicas humanas, por lo que no requiere aprobación ética. No se aplican las guías SAGER.

Declaración sobre el uso de inteligencia artificial. Los autores declaran que no se utilizó ningún tipo de inteligencia artificial generativa para la redacción ni la creación de contenido de este manuscrito.

Referencias

1. Arch-Tirado E, Collado-Corona MA, Sánchez-Escandón O, Lino-González AL. REM sleep and the theory of relativity: a neurophysiological-philosophical approach to subjective time. *An Med ABC*. 2025;70(2):147-9.
2. Díaz-Solórzano S, González-Díaz L. Reflexiones sobre los conceptos velocidad y rapidez de una partícula en física. *Rev Mex Fis E*. 2010;56(2):181-9.
3. Ayres F, Mendelson E. *Cálculo diferencial e integral*. México, DF: McGraw-Hill; 1991.
4. Alonso M, Finn EJ. *Física. Volumen I: Mecánica*. México: Pearson/Addison Wesley Longman de México; 1986.